

**Ghid metodologic de învățare rapidă  
a noțiunilor fundamentale de  
MATEMATICĂ & FIZICĂ  
din gimnaziu și liceu**

**Editura BABEL  
2024**

În loc de prefață.....	3
Despre autor .....	4
<b>ARITMETICA.....</b>	<b>5</b>
<b>Numere și operații cu numere.....</b>	<b>5</b>
<i>(Baza sistemului de numerație ... Trecerea de la un sistem de numerație la altul ... Extragerea rădăcinii pătrate ... Operații cu măsurile sistemelor nemetrice)</i>	
<b>Divizibilitatea numerelor.....</b>	<b>8</b>
<i>(Reguli de divizibilitate ... Descompunerea în factori primi și aflarea celui mai mic multiplu comun (c.m.m.m.c.) și a celui mai mare divizor comun (c.m.m.d.c.)</i>	
<b>Fracții.....</b>	<b>10</b>
<i>Fracții ordinare ... Fracții zecimale ... Fracții zecimale periodice</i>	
<b>Rapoarte și proporții.....</b> <i>(Rapoarte ... Proporții ... Media aritmetică ... Media geometrică ... Media armonică ... Media ponderată)</i>	<b>14</b>
<b>Mărimi proporționale.....</b> <i>(Regula de trei ... Împărțirea unui întreg în părți proporționale cu mai multe numere)</i>	<b>16</b>
<b>Procent și dobândă.....</b> <i>(Procentul ... Dobânda ... TABELUL 1 Puterile numerelor 2, 3 și 5)</i>	<b>19</b>
<b>ALGEBRA BOOLEANĂ.....</b>	<b>21</b>
<b>ALGEBRA.....</b>	<b>26</b>
<b>I Mulțimi de numere.....</b> <i>(Clasificarea și definirea numerelor)</i>	<b>26</b>
<b>II Calcul algebric.....</b> <i>(Expresii algebrice ... Relații de calcul prescurtat (identități) ... Algoritm de descompunere în factori a expresiilor algebrice)</i>	<b>27</b>
<b>III Calcul algebric.....</b>	<b>28</b>
<b>Puteri și radicali.....</b> <i>(Puteri, operații cu puteri ... Radicali, operații cu radicali ... Expresii conjugate ... Modulul)</i>	<b>28</b>
<b>NUMERE COMPLEXE.....</b> <i>(Numere complexe ... Puterile lui i)</i>	<b>31</b>
<b>Reprezentarea geometrică (grafică) a numerelor complexe.....</b>	<b>32</b>
<b>Operații cu numere complexe.....</b>	<b>32</b>
<b>PROGRESII.....</b> <i>(Progresia aritmetică ... Progresia geometrică ... Inserarea mediilor)</i>	<b>33</b>
<b>ANALIZĂ COMBINATORIE.....</b> <i>(Permutări de obiecte ... Aranjamente ... Combinări)</i>	<b>35</b>
<b>BINOMUL LUI NEWTON.....</b>	<b>36</b>
<i>(Regula dezvoltării binomului lui Newton ... Proprietăți ... Triunghiul lui Pascal ... Suma puterilor asemenea pentru primele numere naturale)</i>	
<b>MATRICE și DETERMINANȚI.....</b> <i>(Definiții ... Inversa unei matrice)</i>	<b>38</b>
<b>DETERMINANȚI.....</b> <i>(Valoarea unui determinant ... Regula lui Sarrus ... Operații cu matrice ... Proprietăți ale matricelor și determinanților)</i>	<b>52</b>
<b>POLINOAME.....</b>	<b>56</b>
<i>(Împărțirea unui polinom prin <math>(x \pm a)</math> ... Schema lui Horner ... Rădăcinile unui polinom ... Descompunerea în factori a unui polinom)</i>	
<b>ECUAȚII.....</b>	<b>59</b>
<i>(Ecuția de gradul I ... Ecuția de gradul II ... Ecuția bipătrată ... Ecuții reciproce ... Ecuții binome ... Ecuția trinomă ... Ecuții exponențiale ... Ecuții logaritmice ... Ecuții cu rădăcini comune ... Relații între rădăcinile și coeficienții unei ecuații de gradul n ... Rezolvarea ecuațiilor prin metoda coeficienților nedeterminați ... Rezolvarea ecuațiilor de gradul al treilea prin formulele lui Cardan)</i>	
<b>SISTEME DE ECUAȚII.....</b> <i>(Sisteme de ecuații de gradul I ... Sisteme de ecuații de grad superior)</i>	<b>67</b>
<b>INECUAȚII.....</b> <i>(Inecuații de gradul I ... Inecuații sub formă de produs sau raport ... Inecuații de gradul II)</i>	<b>71</b>
<b>TRANSFORMĂRI DE ECUAȚII.....</b>	<b>76</b>
<i>(Transformări de ecuații algebrice ... Condiția ca o ecuație de gradul II să aibă ambele rădăcini mai mari decât un număr dat ... Condiția ca ambele rădăcini să fie mai mici decât numărul a)</i>	
<b>LOGARITMI.....</b> <i>(Definiție ... Formule de trecere de la o bază la alta ... Proprietăți ale logaritmilor ... Operații (logaritmi zecimali))</i>	<b>77</b>
<i>(TABELUL 2 Logaritmi zecimali ai numerelor de la 1 până la 100)</i>	
<b>FUNCȚII.....</b> <i>(Definiție ... Funcția de gradul I ... Funcția de gradul II ... Surjectivitate, Injectivitate, Bijectivitate ... Funcții inverse)</i>	<b>81</b>
<b>GEOMETRIE PLANĂ...(NOȚIUNI FUNDAMENTALE ... Punctul ... Dreapta ... Unghiul).....</b>	<b>88</b>
<b>TRIUNGHURI.....</b>	<b>91</b>
<i>(Definiție ... Clasificare ... Proprietăți generale ale triunghiurilor ... Linii importante în triunghi și proprietăți ale acestora ... PROPRIETĂȚI ALE TRIUNGHURILOR PARTICULARE Triunghiul isoscel ... Triunghiul echilateral ... Triunghiul dreptunghic ... CONGRUENȚA TRIUNGHURILOR ... Cazurile de congruență ale triunghiurilor oarecare ... Congruența triunghiurilor dreptunghice... ASEMĂNAREA TRIUNGHURILOR ... Asemănarea triunghiurilor oarecare ... Criterii de asemănare ... RELAȚII METRICE ... Relații metrice în triunghiul dreptunghic ... Relații metrice în triunghiul oarecare) PATRULATERE ... (Definiții, Clasificare, Proprietăți ... Patrulater regulate ... Patrulater inscrisibil ... Patrulater oarecare)</i>	
<b>POLIGOANE.....</b> <i>(Poligonul oarecare ... Poligoane regulate)</i>	<b>97</b>
<b>CERCUL.....</b>	<b>102</b>
<i>(Definiție ... Elemente ale cercului ... Poziția unei drepte față de un cerc ... Poziții relative a două cercuri ... Unghiuri inscrise ... Proprietăți ale cercului ... Relații metrice în cerc ... Arile figurilor mărginite de cerc sau porțiuni de cerc)</i>	
<b>LOCURI GEOMETRICE.....</b>	<b>110</b>
<b>GEOMETRIE ÎN SPAȚIU.....</b>	<b>111</b>
<b>NOȚIUNI INTRODUCTIVE.....</b>	
<i>(Elemente geometrice; punctul, linia (curba), suprafața ... Corpul geometric ... Determinarea unui plan ... Poziții relative ale dreptelor și planelor ... Paralelism în spațiu ... Unghiuri în spațiu ... Perpendicularitate în spațiu)</i>	

CORPURI GEOMETRICE.....	114
<i>(Poliedre ... Ariile și volumele poliedrelor principale ... Corpuri rotunde sunt corpurile care au ca baze (sau la baza formării lor) cercul ... Ariile și volumele corpurilor rotunde ... Câteva volume uzuale)</i>	
<b>GEOMETRIE ANALITICĂ</b> .....	120
<i>NOȚIUNI INTRODUCTIVE... (Axă orientată ... Relația lui Chasles ... Sistem rectangular ... Distanța între două puncte ... Direcția unei drepte) ...</i>	
<i>PROBLEME ALE DREPTII... (Dreapta, Ecuatiile sale ... Două direcții <math>m_1</math> și <math>m_2</math> ... Poziția a două drepte ... Condiția ca trei drepte să fie concurente ... Coordonatele punctelor care împart segmentul <math>AB</math> în raportul <math>r</math> ... Distanța de la un punct la o dreaptă ... Raportul în care o dreaptă împarte un segment ... Aria triunghiului în funcție de coordonatele vârfurilor)</i>	
<i>LOCURI GEOMETRICE... (Locuri geometrice de bază ... Ecuatiile locurilor geometrice de bază) .....</i>	
<i>PROBLEME DE TANGENȚĂ... (Ecuatiile tangentelor paralele cu direcția <math>m</math> ... Ecuatia tangentei într-un punct) .....</i>	
<i>UNELE PROPRIETĂȚI... (Diametre conjugate ... Ecuatiile directoarelor ... Puterea unui punct față de un cerc) .....</i>	
<b>TRIGONOMETRIE</b> .....	129
<i>FUNCȚII TRIGONOMETRICE (Arce orientate ... Arce care au aceeași origine <math>A</math> și aceeași extremitate <math>M</math> ... Cerc orientat ... Categoriile de arce ... Funcții trigonometrice ... Tabel cu semnele funcțiilor trigonometrice ale aceleiași arc ... Funcțiile trigonometrice ale sumelor sau diferențelor de arce ... Tabel cu formule corelative ... Funcțiile trigonometrice ale arcelor duble ... Funcțiile trigonometrice ale arcelor triple ... Funcțiile trigonometrice ale jumătății unui arc exprimate cu ajutorul tangentei jumătății arcului)</i>	
<i>TRANSFORMĂRI ÎN PRODUSE..... (Transformări de sume sau diferențe în funcții de același fel de produs ... Transformarea unor produse în sume sau diferențe ... Transformări conditionate ... Folosirea unghiului auxiliar în transformarea sumelor (diferențelor) în produse)</i>	
<i>FUNCȚII TRIGONOMETRICE INVERSE... (Funcția arcsin ... Funcția arccos ... Funcția arctg ... Funcția arcctg ... Alte proprietăți) .....</i>	
<i>ECUAȚII ȘI SISTEME DE ECUAȚII TRIGONOMETRICE..... (Ecuatii trigonometrice ... Ecuatii în care intervin funcțiile trigonometrice inverse ... Sisteme de ecuații trigonometrice)</i>	
<i>RELAȚII ÎNTRE ELEM. UNUI TRIUNGHII (Relații între elementele unui triunghi dreptunghic ... Relații între elementele unui triunghi oarecare) .....</i>	
<i>APLICAȚII LA REZOLVAREA TRIUNGHURILOR..... (Rezolvarea triunghiurilor dreptunghice ... Rezolvarea triunghiurilor oarecare ... Patrulater ... Poligoane regulate) .....</i>	
<b>STRUCTURI ALGEBRICE</b> .....	149
<b>FIZICA</b> .....	174
<i>ACUSTICA..... (Calitățile sunetului ... Ultrasunete) .....</i>	
<i>HIDRO ȘI AERODINAMICA.....</i>	
<i>FIZICA MOLECULARĂ ȘI CĂLDURA..... (Cantitatea de căldură și măsurarea ei ... Principiile calorimetriei ... Randament termic ... Primul principiu al termodinamicii ... Dilatometrie ... Termometre și termometrie ... Proprietățile corpurilor gazoase ... Legea gazelor perfecte ... Motoare termice)</i>	
<b>ELECTRICITATE</b> .....	182
<i>ELECTROSTATICA... (Legile lui Coulomb ... Câmp electric ... Potențial electric ... Capacitatea electrică) .....</i>	
<i>ELECTROCINETICA..... (Legile curentului continuu ... Legile lui Kirchhoff ... Legarea rezistențelor ... Gruparea generatoarelor electrice ... Energia și puterea curentului electric ... Legile cantitative ale electrolizei)</i>	
<i>ELECTROMAGNETISM..... (Inducția magnetică ... Forța electromagnetică ... Acțiunea reciprocă a curenților electrice ... Inducția electromagnetică ... Autoinducția)</i>	
<i>CURENTUL ALTERNATIV..... (Legile curentului alternativ ... Puterea în curent alternativ ... Curentul trifazat ... Generatoare, motoare, transformatoare ... Oscilații și unde electromagnetice)</i>	
<b>OPTICA</b> .....	201
<i>OPTICA GEOMETRICĂ... (Fotometria ... Reflexia și refracția luminii ... Oglinzi sferice ... Lentile ... Instrumente optice) .....</i>	
<i>OPTICA FIZICĂ... (Interferența luminii ... Difracția luminii) .....</i>	
<i>OPTICA FOTONICĂ..... (Electronii ... Radioactivitatea ... Structura nucleului atomic) .....</i>	
<b>MECANICA</b> .....	214
<i>STATICA... (Forța ... Compunerea și descompunerea forțelor ... Condiții generale de echilibru al corpurilor) .....</i>	
<i>CINEMATICA ȘI DINAMICA..... (Mișcarea rectilinie ... Mișcarea liberă ... Mișcarea circulară ... Mișcarea oscilatorie ... Pendulul matematic și pendulul fizic ... Legile dinamicii ... Mișcarea pe plan înclinat ... Atracția universală ... Energia mecanică ... Impulsul mecanic ... Ciocniri ... Forțe elastice ... Legea lui Hooke ... Unde elastice ... Principiul lui Huygens, Difracția, Reflexia și Refracția undelor, Interferența. Unde staționare)</i>	
<b>BIBLIOGRAFIE</b> .....	229



c) *Trecerea de la o bază oarecare la o altă bază diferită de 10 se face prin intermediul bazei 10 (adică, se trece numărul din baza dată în echivalentul lui în baza 10, iar apoi acesta se transformă în baza cerută).*

**3. Extragerea rădăcinii pătrate.** A extrage rădăcina pătrată a numărului  $X$  înseamnă a găsi un alt număr  $x$ , astfel încât  $x^2 = X$ .

Exemple:  $\sqrt{36} = 6$  deoarece  $6^2 = 6 \cdot 6 = 36$

$\sqrt{0,36} = 0,6$  deoarece  $0,6^2 = 0,6 \cdot 0,6 = 0,36$

Pentru extragerea rădăcinii pătrate dintr-un număr întreg se procedează astfel (exemplu:  $\sqrt{6315169}$ ):

- se descompune numărul dat în grupe de câte două cifre începând de la dreapta la stânga (ultima grupă poate fi alcătuită dintr-o singură cifră: 6 31 51 69);
- se extrage rădăcina pătrată din numărul format de prima grupă (se obține 2), care va fi prima cifră a rădăcinii căutate;
- se scade pătratul ei (4) din prima grupă (6) și se obține restul (2);
- lângă rest se scrie grupa următoare (31), iar din numărul format (231) se detașează ultima cifră;
- se împarte numărul rămas (23) la dublul primei cifre a rădăcinii obținute ( $2 \times 2 = 4$ ). Câtul obținut (5) este a doua cifră a rădăcinii căutate;
- câtul obținut (5) se scrie lângă dublul rădăcinii (4) și numărul format (45) se înmulțește cu acest cât (5);
- se scade produsul obținut (225) din numărul (231) format prin scrierea grupei a doua (31) lângă primul rest (2);
- lângă noul rest (6) se scrie grupa următoare (51) și se trece la aflarea celei de a treia cifre a rădăcinii căutate folosind același procedeu; de data aceasta se va dubla numărul format din cele două cifre ale rădăcinii aflate (25).

Operația se așează astfel:

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{6.31.51.69} \quad | \underline{2513} \\
 \underline{4} \quad \quad \quad | \underline{45 \times 5 = 225} \\
 231 \quad \quad \quad | \underline{501 \times 1 = 501} \\
 \underline{225} \quad \quad \quad | \underline{5023 \times 3 = 15069} \\
 // 651 \\
 \quad \quad \quad \underline{501} \\
 \quad \quad \quad 15069 \\
 \quad \quad \quad \underline{15069} \\
 \quad \quad \quad // // //
 \end{array}$$

4. Operații cu măsurile sistemelor nemetrice. Unitățile de măsură pentru timp și pentru unghiuri sunt unități care nu respectă regulile numerotației zecimale (baza 10 de calcul), ele fiind exprimate în baza 60. De aceea, operațiile care exprimă asemenea unități se efectuează astfel:

a) *Adunarea*

$$7 \text{ h } 53 \text{ min } 36 \text{ s} +$$

$$\underline{6 \text{ h } 18 \text{ min } 29 \text{ s}}$$

$$13 \text{ h } 71 \text{ min } 65 \text{ s} = 14 \text{ h } 12 \text{ min } 05 \text{ s},$$

deoarece  $65 \text{ s} = 1 \text{ min } 05 \text{ s}$ ;  $71 \text{ min} + 1 \text{ min} = 72 \text{ min} = 1 \text{ h} + 12 \text{ min}$ ;  $13 \text{ h} + 1 \text{ h} = 14 \text{ h}$ .

b) *Scăderea*

$$43 \text{ h } 16 \text{ min } 21 \text{ s} - \quad \text{se scrie} \quad 42 \text{ h } 75 \text{ min } 81 \text{ s} -$$

$$\underline{8 \text{ h } 37 \text{ min } 42 \text{ s}}$$

$$\underline{8 \text{ h } 37 \text{ min } 42 \text{ s}}$$

$$34 \text{ h } 38 \text{ min } 39 \text{ s}$$

unde s-a luat un minut din minutele descăzutului și s-a transformat în secunde pentru ca din acestea să se poată scădea 42 s; s-a luat o oră din orele descăzutului și s-a transformat în minute pentru ca din acestea să se poată scădea 37 min.

a) *Înmulțirea* cu un număr întreg. Se înmulțește numărul întreg cu fiecare grupă și apoi se ține seama de relațiile existente între unitățile de ordin superior ( $60'' = 1'$ ;  $60' = 1^\circ$ ).

Exemplu:  $\underline{14^\circ \ 59' \ 26''} \times 6$

$$84^\circ \ 354' \ 156'' = 89^\circ \ 56' \ 36''$$

deoarece  $156'' = 2 \cdot 60'' + 36'' = 2' + 36''$ ;

$$354' + 2' = 356' = 5 \cdot 60' + 56' = 5^\circ + 56'$$
;

$$84^\circ + 5^\circ = 89^\circ.$$

c) *Împărțirea* printr-un număr întreg. Operația se face pe grupe, începând cu grupa celor mai mari unități. Restul se transformă și se adună la grupa imediat următoare.

Exemplu:  $89^\circ \ 56' \ 36'' : 6 = 14^\circ \ 59' \ 26''$

Operația se așează astfel:

$$\begin{array}{r} 89^\circ \ 56' \ 36'' \quad | \ 6 \underline{\hspace{2cm}} \\ \underline{6} \hspace{1.5cm} \quad \quad \quad 14^\circ \ 59' \ 26'' \\ 29 \hspace{1.5cm} \\ \underline{24} \hspace{1.5cm} \\ /5^\circ \ 300' \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \underline{30} \\
 /56 \\
 \underline{54} \\
 / 2' = \underline{120''} \\
 156'' \\
 \underline{12} \\
 /36 \\
 \underline{36} \\
 //
 \end{array}$$

*Observație.* Împărțirea se poate face și astfel: se exprimă măsura în cea mai mică unitate și se efectuează o împărțire obișnuită. Rezultatul poate rămâne în aceste unități, mici, sau se transformă, prin împărțirea succesivă la 60, în unități de ordin superior.

## II. DIVIZIBILITATEA NUMERELOR

**1. Reguli de divizibilitate.** Dacă numărul  $D$  se împarte exact la numărul  $\hat{I}$ , se spune că  $D$  este *divizibil* prin  $\hat{I}$ , iar numărul  $\hat{I}$  este un *divizor* al numărului  $D$ . Numărul  $D$  este un multiplu al numărului  $\hat{I}$  și acest aspect se scrie  $D = M \cdot \hat{I}$ .  $M$  este echivalentul câtului  $-C$ , împărțirii numărului  $D$ -deîmpărțitul, la numărul  $\hat{I}$ -împărțitorul. Cu această echivalență se poate scrie:

*Teorema împărțirii fără rest:*  $D = C \cdot \hat{I}$ .

*Teorema împărțirii cu rest* este:  $D = C \cdot \hat{I} + R$ , unde  $R$  este restul împărțirii. Condiție,  $R < \hat{I}$ .

Numerele care nu au alt divizor decât cifra 1 și pe ele înșile se numesc *numere prime*.

Dacă numerele  $a$  și  $b$  nu admit alt divizor comun decât unitatea, atunci numerele  $a$  și  $b$  se numesc *numere prime între ele*.

*Observații.* 1. Toate numerele prime sunt prime între ele.

2. Chiar dacă numerele  $a$  și  $b$  nu sunt numere prime, ele pot fi prime între ele. *Exemplu*, numerele 8 și 25, numerele 8 și 9 etc.

**NOTĂ:** În mulțimea numerelor întregi se întâlnesc numere pare și numere impare.

Forma generală a numerelor pare este:  $n = 2k$ ,

$$k \in \mathbb{Z} = \{\dots, -n, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, n, \dots\}.$$

Forma generală a numerelor impare este:  $n = 2k \pm 1$ ,

$$k \in \mathbb{Z} = \{\dots, -n, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, n, \dots\}.$$

## Condiții de divizibilitate

Divizibilitatea	Condiția
prin 2	ultima cifră să fie zero sau număr par (2, 4, 6, 8)
prin $4 = 2^2$	ultimele două cifre să fie zero sau să formeze un număr care se împarte exact la 4
prin $2^k$	ultimele $k$ cifre să fie zero sau să formeze un număr care se împarte exact la $2^k$
prin 5	ultima cifră să fie zero sau 5
prin $25 = 5^2$	ultimele două cifre să fie zerouri sau să formeze un număr care se împarte exact la 25 (25, 50, 75)
prin $5^k$	ultimele $k$ cifre să fie zero sau să formeze un număr care se împarte exact la $5^k$
prin 3	suma cifrelor să formeze un număr care se împarte exact la 3
prin 9	suma cifrelor să formeze un număr care se împarte exact la 9
prin 11	Diferența dintre suma cifrelor de rang par și suma cifrelor de rang impar (sau invers) să fie zero sau multiplu de 11

*Exemple:* 1. Numărul 352 839 817 este divizibil prin 11 deoarece

$$3 + 2 + 3 + 8 + 7 = 23; 5 + 8 + 9 + 1 = 23, \text{ iar } 23 - 23 = 0.$$

2. Numărul 452 925 este divizibil prin 11 deoarece

$$4 + 2 + 2 = 8; 5 + 9 + 5 = 19, \text{ iar } 19 - 8 = 11.$$

**2. Descompunerea în factori primi și aflarea celui mai mic multiplu comun (c.m.m.m.c.) și a celui mai mare divizor comun (c.m.m.d.c.).**

**NOTĂ.** Descompunerea în factori primi a oricărui număr neprim este unică.

[ ] - **c.m.m.m.c.** - cel mai mic multiplu comun reprezintă

\_\_\_\_\_ , luați o singură dată.

( ) - **c.m.m.d.c.** - cel mai mare divizor comun reprezintă

\_\_\_\_\_ , luați o singură dată

*Exemplu:*  $2800 = 2^4 \cdot 5^2 \cdot 7$

$$8316 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 7 \cdot 11$$

$$\text{c.m.m.m.c.} = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 = 813\,600$$

$$\text{c.m.m.d.c.} = 2^2 \cdot 7 = 28.$$

*Observații:* 1) Făcând analogie între numerele pentru care se determină c.m.m.m.c. și c.m.m.d.c. și valorile acestor mărimi se poate spune că c.m.m.m.c. joacă rol de deîmpărțit (valoarea lui se poate împărți exact la toate numerele pentru care a fost determinat) iar c.m.m.d.c. de împărțitor (toate numerele pentru care s-a calculat se pot împărți exact la valoarea c.m.m.d.c.).

2) Descompunerea în factori primi a unui număr simplifică foarte mult extragerea radicalului din numărul respectiv, prin aplicarea următoarelor două relații:

$$- \sqrt{a \cdot b \cdot c} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c}$$

$$- \sqrt{a^n} = a^{n/2}$$

### III. FRAȚII

**1. Frații ordinare.** Orice fracție are forma  $\frac{a}{b}$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere naturale.

a) Proprietăți

- *amplificarea.* Înmulțind și numărătorul și numitorul cu același număr natural diferit de zero, fracția nu-și schimbă valoarea.

*Exemple:*

$$\frac{2^2 7}{5} = \frac{14}{10}, \quad \frac{3^3 8}{6} = \frac{24}{18}, \quad \frac{8^3 5}{3} = \frac{40}{24}$$

*Observații:* 1) Proprietatea se folosește pentru aducerea fracțiilor la același numitor (sau numărător).

2) Numitorul comun este un multiplu al numitorilor tuturor fracțiilor – de preferință c.m.m.m.c.-ul acestor numitori.

-*simplificarea.* Împărțind și numărătorul și numitorul cu același divizor (număr natural diferit de zero), fracția nu-și schimbă valoarea.

*Exemple:*

$$\frac{90^{(5)}}{120} = \frac{18^{(3)}}{24} \cdot \frac{6^{(2)}}{8} = \frac{3}{4}$$

*Observație:* O fracție care nu se poate simplifica se numește *irreductibilă*.

b) Operații cu fracții ordinare

- *adunarea și scăderea.* Se aduc fracțiile la același numitor amplificând fiecare fracție cu câtul dintre numitorul comun și numitorul fracției respective (înainte se recomandă aducerea la forma cea mai simplă a tuturor fracțiilor – respectiv, să se facă toate simplificările).

Exemple:

$$\begin{aligned} \frac{6^{(2)}}{10} + \frac{2}{3} - \frac{5^{(5)}}{20} + \frac{5}{6} + \frac{11}{12} &= \frac{12}{5} \cdot 3 + \frac{20}{3} \cdot 2 - \frac{15}{4} \cdot 1 + \frac{10}{6} \cdot 5 + \frac{5}{12} \cdot 11 = \\ &= \frac{3 \cdot 12}{60} + \frac{2 \cdot 20}{60} - \frac{1 \cdot 15}{60} + \frac{5 \cdot 10}{60} + \frac{11 \cdot 5}{60} = \\ &= \frac{36 + 40 - 15 + 50 + 55}{60} = \frac{166^{(2)}}{60} = \frac{83}{30} \end{aligned}$$

- **înmulțirea.** Se înmulțesc numărătorii între ei și numitorii între ei.

Înainte de efectuarea înmulțirilor este recomandabil să se efectueze toate simplificările posibile.

**Exemplu:** Error! Bookmark not defined.

$$\frac{13}{12} \times \frac{9}{14} \times \frac{7}{8} \times \frac{1}{7} = \frac{13}{14}$$

**Ridicarea la putere** înseamnă o înmulțire repetată, deci se ridică și numărătorul și numitorul la puterea indicată.

**Exemplu:**

$$\left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$$

- **împărțirea.** Se înmulțește fracția deîmpărțit cu inversa fracției împărțitor (**inversul** unui număr  $a \neq 0$  este  $\frac{1}{a}$ ).

**Exemplu:**

$$\frac{7}{12} : \frac{5}{36} = \frac{7}{12} \cdot \frac{36}{5} = \frac{21}{5}$$

**2) Frații zecimale.** Sunt fracții care au ca numitor puteri ale numărului 10, numere scrise cu virgulă – fiind compuse din parte întreagă, numărul dinainte de virgulă, și parte zecimală, numărul de după virgulă.

**Exemple:**

$$\frac{71}{10} = 7,1; \frac{254}{1000} = 0,254 \text{ etc.}$$

a) **Proprietăți**

- Un număr zecimal nu se schimbă dacă se adaugă zerouri la dreapta ultimei cifre semnificative sau se suprimă zerourile ce se găsesc la dreapta ultimei cifre semnificative.

*Exemple:*

$$23,56 = 23,560 = 23,5600 = 23,560\dots 0;$$

$$35,800 = 35,80 = 35,8$$

Un număr zecimal se înmulțește cu  $10^n$  mutându-se virgula spre dreapta peste  $n$  zecimale.

*Exemple:*

$$65,052 \times 10^3 = 65\ 052;$$

$$65,052 \times 10^7 = 650\ 520\ 000$$

### b) Operații cu fracții zecimale

- *adunarea și scăderea* se fac ca și la numerele întregi, cu condiția ca la așezarea numerelor unul sub altul, virgula să se afle sub virgulă.

*Exemple:*

$$23,56 + \quad \quad 35,85 -$$

$$\underline{35,85} \quad \quad \underline{23,56}$$

$$59,41 \quad \quad 12,29$$

- *înmulțirea*. Se înmulțesc numerele zecimale considerate drept numere întregi și la produsul obținut se pune virgula – de la dreapta spre stânga – peste atâtea cifre câte zecimale au cei doi factori împreună.

*Exemplu:*

$$65,32 \times 0,543 = \frac{6532 \cdot 543}{100000} = 35,46876$$

- *împărțirea*. Se mută virgula spre dreapta și la deîmpărțit și la împărțitor peste atâtea cifre câte zecimale are împărțitorul (așadar, împărțitorul devine număr întreg). Dacă nu sunt suficiente zecimalele la deîmpărțit, se completează cu zerouri (*vezi proprietățile*).

*Exemple:*

$$34,52872 : 0,542 = 34\ 528,72 : 542 = 63,706125$$

$$45,3 : 3,592 = 45\ 300 : 3\ 592 = 12,611358$$

- *extragerea rădăcinii pătrate dintr-un număr zecimal*

- Se verifică dacă numărul de zecimale este alcătuit dintr-un număr par de cifre. Dacă nu, se adaugă zero;

- Se desparte numărul de la virgulă spre stânga și spre dreapta în grupe de câte două cifre;

- Se extrage rădăcina pătrată ca și când numărul ar fi întreg, iar la rădăcină se pune virgula după atâtea cifre – de la stânga spre dreapta – câte grupe sunt la partea întreagă a numărului dat.

**3) Frații zecimale periodice.** O fracție zecimală este periodică dacă partea zecimală conține cifre care se repetă periodic, fie imediat după virgulă – fracție periodică simplă, fie de la o anumită zecimală înainte - fracție periodică mixtă.

*Exemple:*

0,363636... - fracție periodică simplă; se mai scrie 0,(36)

3,52453453453...- fracție periodică mixtă; se mai scrie 3, 52(453)

Grupa cifrelor care se repetă se numește *periodă*.

Fracțiile ordinare ai căror numitori descompuși cuprind numai factori primi diferiți de 2 și 5 dau naștere la fracții zecimale periodice simple, iar dacă printre factorii primi figurează 2 sau 5, fracțiile periodice obținute sunt mixte. Frațiile se consideră aduse la forma ireductibilă.

*Exemple:*  $\frac{7}{3} = 2,333\dots$  sau  $\frac{7}{3} = 2,(3)$ ;

$$\frac{6}{11} = 0,5454\dots \text{ sau } \frac{6}{11} = 0,(54)$$

$$\frac{7}{6} = \frac{7}{2 \cdot 3} = 1,166\dots = 1,1(6)$$

### Transformarea fracțiilor zecimale periodice în fracții ordinare

a) *Fracție periodică simplă*

- fără parte întreagă

- se șterge virgula și parantezele și se împarte numărul obținut la numărul format de atâtea ori cifra 9 câte cifre are perioada.

*Exemplu:*  $0,(48) = \frac{48^{(3)}}{99} = \frac{16}{33}$

- cu parte întreagă

#### Metoda I

- se șterge virgula și parantezele;
- se scade din numărul obținut numărul care reprezintă partea întreagă a numărului dat;
- diferența obținută se împarte la numărul format de atâtea ori cifra 9 câte are perioada.